

Workshop Exploratoriu
Teme actuale de cercetare in matematici aplicate
22, 23 Septembrie 2010, Bucuresti, Romania

RAPORT ȘTIINȚIFIC

1. Conținutul științific al evenimentului

Workshopul si-a propus si a reusit sa reuneasca personalitati ale comunitatii romanesti de matematica aplicata din tara si din strainatate in scopul dezvoltarii colaborarii in domeniile actuale ale matematicii in finante, biologie, chimie, fizica, stiinte ingineresti si in modelarea computationala. Valoarea si experienta diasporei stiintifice romanesti precum si intensificarea colaborărilor internaționale de anvergură din matematica contribuie la creșterea vizibilității și impactului internațional al rezultatelor obtinute de matematica româneasca.

Caracterul exploratoriu si inovativ al tematicii abordate se poate constata din nouitatea subiectelor propuse, din rezultatele recente obtinute de catre cercetatorii participanti iar calitatea stiintifica este dovedita si de pozitiile stiintifice ale participantilor, in universitati de top din lume, membri ai unor institute stiintifice consacrate: Univ. Pau (Franta), Ecole Polytechnique-Palaiseau (Franta), Univ. of Maryland (SUA), Univ. Paris 13 (Franta), Univ. of North Carolina (SUA), Univ. of Utah (SUA), Univ. de Perpignan (Franta), Smith College-Northampton (SUA), Budapesta Univ. of Tech. (Ungaria), Worcester Polytechnic Inst. (SUA), Naval Postgraduate School (SUA), Southern Polytechnic State Univ. (SUA), Univ. of Florida (SUA).

Teme de cercetare abordate la workshop:

Directiile de cercetare in care workshopul se va concentra sunt urmatoarele: metode algebrico-geometrice inspirate de Lie pentru studiul proceselor Markoviene, metode multigrad pentru problem neliniare, comportare spatia in mecanica mediilor continue, modelizarea matematica a avalanselor de zapada, calcul multiscara a fenomenelor la dezechilibru microscopic, o clasa de inegalitati evariationalale cu aplicatii in studiul problemelor de contact, cresterea epidermei: de la biologie la matematica si viceversa, evolutia asimptotica de lunga durata pentru procese stocastice cu memorie lunga, cuplaj de miscari browniene reflectate si aplicatii, problema metrului de tamplarie.

Subiectele prezentate:

Solutii exacte si asimptotice pentru sistemele de asteptare multi-agent (multi-server) cu abandon si reincercari ("retrials"). In ciuda importantie sale recunoscute in modelizarea centrelor de serviciu telefonic ("call centers") fenomenele de abandon si reincercare pentru sistemele de asteptare multi-agent au ramas mai putin cercetate decit cozile de asteptare clasice, din cauza renumului de "intractabilitate analitica". Acest renume merita sa fie reinvestigat, in lumina progreselor recente ale sistemelor de calcul formal, care rezolva automatic equatiile differentiale cu coeficienti polinomiali care modelizeaza sistemele cu reincercari! Intr-adevar, un sistem fundamental complet de solutii este furnizat de programe ca Maple, etc. pentru ecuatiile dorite, pentru fiecare numar fix n de agenti (servers). Problema ramine insa deschisa, pentru ca solutia unica "minimala" cautata in probabilitati este greu de depistat pentru un numar arbitrar n de agenti (cu exceptia numerelor n mai mici ca 4).

Metode multigrad pentru probleme neliniare. Metoda de descompunere a domeniului propusa de H. A. Schwarz in 1869 a devenit o suta de ani mai tirziu, in anii '80 ai secolului trecut, de un mare interes. Acest fapt a fost motivat de nevoia din ce in ce mai mare de a rezolva probleme de mari dimensiuni

provenite din mecanica și științele ingineresti. Metodele de descompunerea domeniului au capacitatea de furniza algoritmi numerici care sunt paralelizabili pe calculatoare cu mai multe procesoare. Evident, metoda inițială propusă de Schwarz are acum numeroase generalizări. În forma sa ca o metodă de corecții pe subspații, ea aproape își pierde ideea de transfer al condițiilor la limita de la un subdomeniu la altul în timpul iterării. Mai mult, în cazul spațiilor de elemente finite, metodele multi-nivel se pot obține prin introducerea spațiilor asociate rețelelor de discretizare grosiere. Metodele multigrid, care inițial au fost văzute ca metode independente, fără nici o legătură cu metoda lui Schwarz, sunt de fapt metode multi-nivel în care subdomeniile sunt suportii funcțiilor din baza nodală. În acest fel, convergența, și mai ales rata de convergență a acestor metode poate fi mai bine studiată. Au fost sintetizate rezultate privind rata de convergență a metodelor multi-nivel pentru unele probleme neliniare: inegalități variaționale neliniare, inegalități cu operatori de contractie, inegalități variaționale de speta a doua, cu aplicații la probleme de contact cu frecare de tip Tresca, și inegalități quasi-variaționale, cu aplicații la probleme de contact cu frecare de tip Coulomb. Aceleași tehnici de demonstrație sunt folosite pentru toate aceste probleme neliniare. Au fost prezentate rezultate de convergență globală (inclusiv, estimarea erorii) pentru algoritmi generali de corecție pe subspații într-un spațiu Banach reflexiv. Metodele Schwarz, inclusiv cele multi-nivel și multigrid, sunt introduse ca niste cazuri particulare în care sunt folosite spațiile Sobolev sau de elemente finite. În cazul spațiilor de elemente finite, constantele din estimările de eroare sunt deduse în mod explicit. Ele sunt date ca funcții de parametri de suprapunerea domeniilor și cei ai rețelelor, pentru metodele cu una sau două rețele de discretizare. Aceste estimări de eroare sunt similare cu cele din cazul familiar al ecuațiilor liniare, adică convergența este globală și optimă. În cazul metodelor multigrid, aceste constante sunt scrise în funcție de numărul de rețele. S-au prezentat experimente numerice. S-a verificat că ratele de convergență obținute în teste numerice sunt într-adevăr în concordanță cu cele teoretice. S-au ilustrat comparativ ratele de convergență ale metodelor cu una sau două rețele de discretizare obținute prin experimente numerice pentru soluția unei probleme de două obstacole a unei membrane elastice neliniare. Aceste experimente arată că numărul iterațiilor, precum și timpul de calcul, sunt mult mai mici în cazul metodei cu două rețele de discretizare decât în cazul metodei cu o rețea.

Comportare spațială în mecanica mediilor continue. S-a discutat despre comportarea spațială a soluțiilor problemelor la limită și cu valori inițiale asociate variatelor modele matematice din mecanica mediilor continue. S-au considerat probleme dinamice și de echilibru pentru teorii elastice și termoelastice. De asemenea s-au discutat starea plană de deformare pentru corpuri omogene și neomogene. Rezultatele obținute sunt valabile pentru o clasă mai largă de materiale, clasă ce include materialele auxetice, adică materiale având rația lui Poisson negativă. Astfel de materiale, când sunt supuse la extensii devin mai groase în direcția perpendiculară pe forța aplicată. Aceasta se întâmplă datorită structurii lor interne, care este similară aceleia flex alungite. Astfel de materiale posedă proprietăți mecanice importante, cum ar fi absorbție înaltă de energie și rezistență la fracturi. Auxeticele pot fi utile în aplicații cum ar fi vestele antiglonț, material de ambalaj, tampon pentru genunchiere și cotiere, material absorbant pentru șocuri puternice, burete absorbant.

Probleme inverse în mecanica solidelor. S-a făcut o trecere în revista a unor probleme inverse în contextul mecanicii mediilor solide. În prima parte s-au discutat probleme din elasticitatea liniară, mai exact indentificarea modulilor elastici distribuiți și a fisurilor, iar în a doua parte probleme similare în medii cu un comportament neliniar. Obiectul prezentării a fost de a lega probleme din practică (inginerie, fizică, ...) cu formulările matematice și a discuta algoritmi numerici asociați. În problemele cu comportament linear tehnicile fundamentale sunt bazate pe principiul lucrului mecanic virtual, iar în domeniul neliniar pe metode de optimizare și calcularea gradientului.

Metode multigrid în controlul ecuațiilor cu derivate parțiale cu constrângeri. Revoluția posibilităților de calcul din ultimele două decenii a deschis calea nu numai spre rezolvarea numerică de înaltă rezoluție a modelelor de ecuații cu derivate parțiale (EDP) dar și înspre o schimbare de paradigmă de la simulare bazată pe modele către design bazat pe modele. Ultima chestiune se traduce în problema identificării condițiilor inițiale sau la frontieră, a diverselor proprietăți ale materialelor, a surselor precum și a altor parametri astfel încât un model EDP să se comporte într-un anumit mod dorit (asimilare de date, calibrare de modele sunt diverse denumiri ale acestui proces). Asemenea probleme sunt adesea formulate ca probleme de control optimal cu constrângeri sub forma de EDP. O mare dificultate în analiza numerică a problemelor de control optimal cu constrângeri EDP este de a rezolva probleme de rezoluție înaltă cu control distribuit la un cost computațional rezonabil, adică - ideal - la un cost care să fie o fracțiune nu prea mare din costul rezolvării ecuației însăși. În prezentare s-a arătat că, folosind metode multigrid specializate, acest scop

poate fi atins pentru o clasa de probleme care include anumite probleme cu constrangeri eliptice. Cu toate ca intrebarea daca aceste metode pot fi extinse la modele realiste si aplicabile ramane deschisa, s-a prezentat o serie de reusite in aceasta directie, si anume in ce mod probleme de control optimal distribuit cu constrangeri de marginire asupra controlului pot fi rezolvate deosebit de eficient.

Modelizarea matematica a avalanselor de zapada. S-a analizat curgerea unui strat fluid viscoplastic de grosime mica. Ecuatia constitutiva include doua criterii de plasticitate: Von Mises (fluid Bingham) si Druker-Prager (Mohr-Coulomb). Baza stratului de fluid este in contact cu frecare cu un fund rigid. Tensiunile tangentiale sunt mici si tensiunile in planul tangent devin importante. Se foloseste o analiza in tensiuni pentru a se deduce un model asimptotic de tip Saint-Venant pentru mici grosimi. Ecuatia constitutiva asimptotica, care leaga media tensiunilor de vitezele de deformatie in planul tangent, este dedusa din modelul initial 3-D.

Calcul multiscara a fenomenelor la dezechilibru microscopic. Numeroase procese se desfasoara la nivel microscopic pe o scara de timp comparabila cu cea la care se schimba conditiile la limita la nivel macroscopic. Curgerile polimerice, procesele biologice, deformarea structurilor eterogene sunt cateva exemple. Principala dificultate in modelarea unor asemenea fenomene este determinarea unei relatii constitutive la nivel macroscopic. Relatii constitutive analitice sunt deseori imposibil de determinat. S-a prezentat o abordare numerica in care legile de conservare la nivel macroscopic sunt completate de relatii constitutive determinate din modelare microscopica. Algoritmul va fi aplicat la curgeri polimerice si biologice, si modelarea scheletului celular. Asemenea aplicatii sunt de interes direct pentru multiple aplicatii biomedicale si formeaza obiectul a mai multor granturi de cercetare acordate de agentii federale din Statele Unite. S-a discutat modalitatea prin care asemenea cercetari de matematica aplicata pot deveni atractive pentru diversele agentii federale, si posibilitatile de formare a doctoranzilor si post-doctoranzilor in asemenea proiecte.

Cresterea epidermei: de la biologie la matematica si viceversa. S-a propus un model matematic pentru descrierea evolutiei epidermei suprabazale. Modelul include diferite tipuri de celule: proliferante, diferite, cornoase si apoptotice. Este luata in considerare dependenta de varsta a celulelor si pozitionarea spatiala a lor. Se considera ca toate celulele se misca cu aceeasi viteza si ca fractia locala a volumului ocupat de celule este constanta in timp si spatiu. Aceasta ipoteza, bazata pe experimente, permite determinarea unei ecuatii constitutive pentru viteza celulelor. Mai departe s-a tratat problema stationara in forma unei probleme de evolutie quasi-liniare de primul ordin, cu frontiera libera. S-a demonstrat existenta unei solutii pe baza unor conditii matematice care au relevanta biologica. Pentru rezolvarea sistemului hiperbolic care descrie evolutia epidermei s-a propus o metoda numerica prin aproximare eliptica. S-a aratat existenta solutiei aproximative si convergenta sa. In final s-au prezentat rezultate numerice corespunzatoare unor scenarii diferite de crestere celulara.

"Mascarea" (cloaking) undelor: rezultate recente si perspective. Au fost prezentate strategii recente de "mascare" (cloaking) a undelor acustice si electromagnetice si a fost discutata fezabilitatea lor matematica si fizica. Au fost de asemenea semnalate cateva extensii posibile si s-au discutat perspectivele acestui domeniu.

Cuplaj de miscari browniene reflectate si aplicatii. S-au prezentat doua astfel de cuplari: "scaling" si "mirror". Ca aplicatie a primului cuplaj, s-a dedus monotonia timpului de viata al miscarii browniene reflectate, omorate, rezultat care are drept consecinta validitatea conjecturii Hot Spots a lui J. Rauch pentru o clasa de domenii. O aplicatie a cuplajului mirror a fost demonstratia conjecturii Laugesen-Morpurgo asupra monotonicitatii urmei nucleului caldurii pentru problema Neumann in bila unitate din spatiul euclidian.

O clasa de inegalitati cvasi-variationale cu aplicatii in studiul problemelor de contact. S-a considerat o clasa abstracta de inegalitati cvasi-variationale in spatii Hilbert, guvernate de doua functionale nediferentiabile si de un operator de tip integral. S-a prezentat un rezultat de existenta, unicitate si regularitate a solutiei urmata de introducerea unei scheme numerice de aproximare pentru care s-au dedus rezultate de existenta, unicitate si estimare a erorii. In sfirsit, s-au aplicat aceste rezultate abstracte in analiza variationala si numerica a unor probleme cvasi-stactice de contact cu sau fara frecare pentru materiale viscoelastice.

Problema metrului de tamplarie. Problema metrului de tamplarie, pusa in comunitatea topologilor in anii 80, intreaba daca orice lant poligonal cu lungimea laturii fixate poate fi reconfigurat intre doua conformatii, astfel incat sa se evite acrosajele. S-a prezentat in mod informal o solutie, algoritmul pseudo-triangularii, si s-au discutat consecinte in robotica si teoria rigiditatii. S-au dat si alte aplicatii in biologia computational (studiul flexibilitatii moleculare).

Cateva clase de modele stocastice in finante. Modelul Black-Scholes clasic din matematicile financiare utilizeaza o ecuatie liniara Ito pentru dinamica activelor de risc. In acest model veniturile sunt variabile stationare, distribuite Gaussian independente. In practica insa o astfel de proprietate nu este mereu satisfacuta, in particular, veniturile nu sunt nici stationare nici independente. Pentru a acoperi acest neajuns, miscarea browniana este inlocuita in procesul "driving" cu un proces cu dependenta de lunga durata. Deoarece astfel de procese nu sunt semi-martingale, calculul stocastic clasic nu poate fi aplicat si trebuie introdus unul adecvat. Au fost prezentate elementele ale unei astfel de analize stocstice.

Evolutia asimptotica de lunga durata pentru procese stocastice cu memorie lunga. S-a prezentat comportamentul asimptotic in timp al proceselor stocastice avand o memorie lunga, datorata unor auto-interactii ale traiectoriilor. Exemple tipice sunt asa numitul mers aleator "myopic self-avoiding" si modelele "self-repelling Brownian polymer".

Colaborari stiintifice.

Manifestarea a constituit un prilej pentru cercetatorii romani de a initia noi programe internationale de colaborare stiintifica iar pentru tinerii participanti posibilitatea de a avea o privire de ansamblu asupra unor problematicii de cercetare la zi pe plan mondial. Mentionam expunerea lui Mircea Sofonea (Franta) bazata pe colaborari cu specialisti din Romania. Expunerea lui Mihai N. Pascu (Romania) s-a bazat pe o colaborare cu matematicieni romani din diaspora (SUA).